

DST 3/04



En dynamisk vækstmodel for douglasgran

Dansk Skovbrugs Tidsskrift

89. årgang, hæfte 3. Udgivet af Dansk Skovforening
November 2004

En dynamisk vækstmodel for douglasgran i Danmark

Af Peter Sand Haugaard Christensen¹, Vivian Kvist Johannsen² og Henrik Meilby³

1. Sofiegade 7, lejl. 103, 1418 København K. Tlf: 32 68 01 03,
e-mail: pshc@hotmail.com

2. *Skov & Landskab*, Hørsholm Kongevej 11, 2970 Hørsholm

3. *Skov & Landskab*, Rolighedsvvej 23, 1958 Frederiksberg C

0. Resumé.....	58
1. Baggrund.....	58
1.1 Historie.....	58
2. Data.....	60
2.1 Datagrundlaget.....	61
3. Præsentation af modellen.....	62
3.1 Grundflade- og højdetilvækst.....	63
3.2 Stamtafsafviklingen.....	67
3.3 Sammenfatning.....	67
4. Eksempler på anvendelsen.....	67
4.1 Eksempler på modellens forudsigelser.....	68
4.2 Højde.....	69
4.3 Diameter.....	70
4.4. Stamtal.....	72
4.5 Grundflade.....	74
4.6 Vedmasse.....	74
4.7 Tynding.....	76
5. Afrunding.....	76
6. Litteratur.....	80
7. Bilag.....	82
7.1 Bilag 1. Forsøgsoversigt.....	82
7.2 Bilag 2. Symbolforklaring.....	83
7.3 Bilag 3. Brug af modellen ved opstilling af produktionsoversigt.....	84
7.3.1 Grundligningerne.....	84
7.3.2 Størrelser fastsat af brugeren.....	84
7.3.3 Beregnede værdier vha. vækstmodellen.....	86
7.3.4 Beregnede afledte værdier.....	86
7.4 Bilag 4. Kalibreringsmetode.....	87
Boks 1 Matematisk-statistisk kalibreringsmetode.....	88

0. Resumé

En ny vækstmodel for douglasgran (*Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco) i Danmark er konstrueret. Den beskriver den enkelte bevoksnings udvikling med hensyn til højde og grundflade. Hugsten fastsættes af brugeren, og modellen vurderes at være et fleksibelt planlægningsværktøj til dansk skovbrug.

I artiklen præsenteres modellen og dens datagrundlag. Der gives desuden en række grafiske eksempler på anvendelsen.

1. Baggrund

Denne artikel er skrevet på grundlag af en afhandling (speciale) med samme titel (Christensen 2003). I artiklen er der lagt vægt på den praktiske anvendelse af modellen. Derfor henvises til afhandlingen for en uddybende beskrivelse af analyseresultaterne og fremgangsmåden ved konstruktion af modellen.

1.1 Historie

”Douglasgranen bliver næppe nogen Sindre et af vore vigtigste Skovtræer, men under gunstige Forhold kan den give et overordentlig stort og værdifuldt Udbytte”
(Hauch & Oppermann 1898-1902 s. 519)

Selv om dette citat stadig kan have sin rigtighed, har arealet i Danmark tilplantet med douglasgran gennem mange år været stigende. Johannsen (1997) ansløgte at der i 1997 var ca. 4.500 ha bevoksninger med

douglasgran. Gentilplantning efter stormfaldet d. 3. december 1999 har formodentlig bevirket at træartens areal siden er øget yderligere.

Det øgede areal antyder, at douglasgran kan blive en væsentlig træart for dansk skovbrug i fremtiden. Dermed er der behov for at kunne forudsige dens vækst. I Danmark er der ikke tidligere blevet udviklet en oversigt for douglasgrans vækst baseret på danske forsøg.

Der eksisterer dog to produktionsoversigter, som det kan være aktuelt at anvende i Danmark: Karlberg (1961) der er baseret på dansk og svensk materiale, og Bergel (1969) der er en tysk oversigt. Karlberg (1961) omfatter kun en enkelt hugstbehandling, mens Bergel (1969) beskriver to.

Ud fra disse to oversigter har der været begrænsede muligheder for at forudsige konsekvenserne af en lokalt anvendt dyrkningsstrategi. Derfor er der i Christensen (2003) konstrueret en fleksibel-matematisk vækstmodel for douglasgran i Danmark.

Principielt muliggør denne model fremskrivning af bevoksningstilstanden for en hvilken som helst bevoksning og hugstbehandling. Datamaterialet som var til rådighed ved kalibrering af modellen medfører dog visse begrænsninger med hensyn til det område hvor modellen kan formodes at gælde.

Forud for arbejdet blev det besluttet at stille en række krav til modellen:

Foto 1. Artiklen beskriver en ny vækstmodel for douglasgran i Danmark. Modellen beskriver den enkelte bevoksnings udvikling med hensyn til højde og grundflade, idet brugeren fastlægger hugsten. Man kan få et regneark hvor modellen er indbygget, således at man selv kan opstille en lokal produktionsoversigt med den ønskede hugstbehandling.



1) Den bør levere tilstrækkeligt præcise estimater (skøn) for væksten.

Om en model opfylder dette krav er nødvendigvis et subjektivt skøn. Det afhænger bl.a. af skovens driftsmål.

Hvis fx skovens vedmasseproduktion tillægges ringe betydning i forhold til herlighedsværdierne og skovens funktion som jagtterræn, er præcise estimater for træernes vækst mindre vigtige. Hvis man på den anden side er økonomisk afhængig af træproduktionen, er præcise estimater for træernes vækst af stor betydning i forbindelse med den økonomiske planlægning.

2) Den bør være logisk korrekt og konsekvent opbygget.

En traditionel produktionsoversigt, hvad enten den er grafisk eller tabellarisk, er ikke let at tilpasse til lokale data og dyrkningsmål. Tilpasning fører let til urealistiske vækstforløb eller uoverensstemmelser mellem oversigtens enkeltfaktorer. Ved brug af matematiske vækstmodeller kan man forholdsvis lettere konstruere en konsistent oversigt med udgangspunkt i egne målinger og ønsker til hugstbehandlingen.

3) Den bør være "biologisk realistisk" (og bør så vidt muligt have et teoretisk fundament).

Hermed menes, at der er overensstemmelse mellem modellen og det man faktisk kan opleve i naturen. Fx er der ingen biologiske organismer, der vokser eksponentielt i al evighed. En eksponentiel vækst- eller totalproduktionsfunktion uden nogen form for modifikation er derfor ikke biologisk realistisk.

4) Den bør være fleksibel.

Fleksibiliteten er af stor betydning for modelvalget, da modellen skal kunne

bruges under forskellige vækstbetingelser og tillade forskellige hugstbehandlinger. Modellen bør også kunne opdateres løbende. – Hvis stormfald eller ændret hugstpraksis har påvirket forudsætningerne, bør modellen kunne tilpasses de nye forhold.

5) Den bør være lettilgængelig for brugeren.

Når formålet med en vækstmodel er, at den skal bruges i den praktiske planlægning, bør den være lettilgængelig for brugeren (skovplanlæggeren). Den bør derfor foreligge i en form, der gør den anvendelig for de fleste.

En matematisk model som den her beskrevne kan dels foreligge i form af et program eller et regneark, hvori modellen er indbygget sammen med standardværdier, hjælpefunktioner og brugervejledning, dels i form af grafiske eksempler på bevoksningsudviklinger fremkommet ved brug af modellen. Den sidste løsning er – af gode grunde – den vi vil anvende her i artiklen. Et regneark hvori modellen er indbygget kan rekvireres ved henvendelse til Peter Christensen på pshc@hotmail.com.

Alt i alt har målet været at sikre at modellen leverer fornuftige estimater for væksten, er konsekvent i sin struktur, er biologisk realistisk, er fleksibel, og at dens anvendelse er ukompliceret for brugeren.

Modellen er formuleret matematisk, kalibreret på et dansk materiale og er bedst funderet på gode vækstlokaliteter i Øst Danmark.

2. Data

I dette afsnit beskrives vækstmodellens datagrundlag. Datagrundlaget er af af-

gørende betydning i forbindelse med al form for modellering. Man kan let lave en dårlig model med et godt datasæt som grundlag, men det er svært (umuligt) at lave en god model på grundlag af tvivlsomme data. Det er derfor vigtigt at gøre sig datagrundlagets begrænsninger klart (se fx Vanclay et al. 1995).

2.1 Datagrundlaget

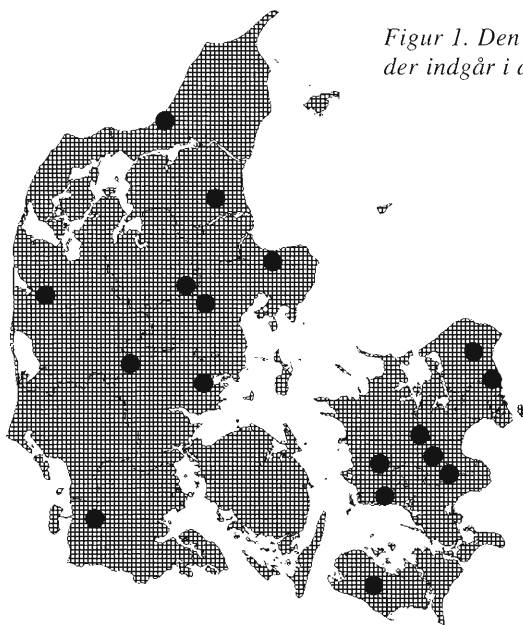
Grundlaget for vækstmodellen er et sæt af danske forsøg. Mange af de danske douglasgran-forsøg er anlagt med henblik på at afklare forskellige proveniencers produktion. Forsøgene omfatter både gode og mindre gode proveniencer, og der er derfor store forskelle mellem forsøgsparcellerne med hensyn til til-

væksten. De ringeste proveniencer er dog faldet bort, fx pga. ødelæggende svampeangreb eller frostskaider.

Produktionsforsøg med forskellige proveniencer udgør en stor del af datagrundlaget for modellen, og når det gælder ældre bevoksninger er de det primære datagrundlag. Udover disse produktionsforsøg indgår der data fra træartsserien, der blev anlagt i årene 1964-65 med planter fra 1962 (Jørgensen 2001).

Det samlede datagrundlag omfatter 19 forsøg med i alt 333 målinger fordelt på 31 parceller. Den geografiske placering af forsøgene er vist i Figur 1, og en forsøgsoversigt kan ses i Bilag 1.

Som det fremgår af Figur 1 er der en overvægt af forsøg i det østlige Danmark på



Figur 1. Den geografiske placering af de forsøg der indgår i datagrundlaget.

de bedre vækstlokaliteter. Det havde derfor været ønskeligt om der indgik flere forsøg på de ringere boniteter i det vestlige Jylland, således at en bredere vifte af jordbundstyper var dækket. Det fremgår endvidere at der ikke indgår nogen forsøg på Fyn. Modellen er dog afprøvet på materiale fra Langesø skovdistrikt (Vestfyn), og dette materiale viser en god overensstemmelse med modellen.

Måleperioden strækker sig fra 1907 til 1998, og den ældste bevoksning er fra 1881 (GA). Bevoksningsalderen på observationstidspunkterne varierer fra 13 til 91 år med en overvægt af observationer i de yngre aldre.

Den længste observationsperiode er fra 26 til 91 år, svarende til 65 år. Tiden mellem målingerne varierer fra 1 til 10 år, men typisk er der målt hvert 2.-4. år. Arealet af forsøgsparcerne varierer fra 0,04 ha til 0,3288 ha, og den gennemsnitlige størrelse er 0,1658 ha.

Det har været nødvendigt at korrigere dele af grunddata, sådan at uregelmæssigheder blev elimineret og et homogent datagrundlag blev opnået. Vi vil ikke i denne artikel komme nærmere ind på hvilke konkrete tilpasninger der er foretaget, men blot nævne at tilpasningen ikke vurderes at have nogen betydning for de udarbejdede modeller.

Som følge af datamaterialets sammensætning må modellen formodes at beskrive væksten bedst i landets østlige egne.

Endvidere må modellen formodes at være mest nøjagtig for moderate hugstbehandlinger, idet materialet hverken omfatter utyndede eller meget stærkt huggede bevoksninger. Da bevoksningsniveauerne i datamaterialet generelt er blevet hugget fra neden må man desuden regne med at modellen er mindre nøjagtig ved

hugst fra oven. Det er uafklaret om provenienserne påvirker modellen.

3. Præsentation af modellen

Dette afsnit indeholder en beskrivelse af modelvalg og -konstruktion. For anvendelsen af modellen er det ikke afgørende at man har sat sig grundigt ind i afsnittets detaljer, men kendskab til modellens opbygning og de bagved liggende tanker kan gøre det lettere at vurdere dens begrænsninger og anvendelsesområde.

Definitioner af de anvendte symboler findes i symbolforklaringen i Bilag 2, modellens anvendelse er beskrevet i Bilag 3, og den benyttede fremgangsmåde ved bestemmelse af modellens parametre er beskrevet i Bilag 4.

I forbindelse med valget af modeltype måtte det afklares, hvilket aggregeringsniveau modellen skulle have – dvs. om modellen skulle beskrive udviklingen på enkelttræ-, diameterklasse- eller bevoksningsniveau.

Det blev her valgt at lave en bevoksningsmodel frem for fx en enkelttræmodel. Datagrundlaget for en enkelttræmodel for douglasgran er indtil videre meget sparsomt, og en sådan model ville formentlig blive et svagt værktøj med et lille anvendelsesområde. Men det kunne være en spændende udvidelse, som kan overvejes senere.

I en stor del af datamaterialet er bevoksningshøjden udtrykt ved grundflademiddelhøjden, H_g (se evt. Bilag 2: Symbolforklaring). Modellen tager derfor udgangspunkt i H_g .

Desværre påvirkes H_g i nogen grad af hugst. Der er derfor formuleret et par hjælpefunktioner, som giver mulighed for at bestemme de ændringer som hugsten forårsager med hensyn til H_g .

Principielt ville det være interessant om modellen kunne bringes til at udtrykke boniteten med udgangspunkt i jordbund og klima. Så vidt rækker datagrundlaget desværre ikke, men det kunne være en spændende udvidelse i fremtiden.

I stedet indgår der en enkelt *bevoksningsspecifik parameter* i modellen, og denne parameter udtrykker den samlede virkning af alle lokalitetsspecifikke faktorer. Den bevoksningsspecifikke parameter minder i sin anvendelse om en traditionel bonitetsangivelse – dvs. et enkelt tal, der udtrykker lokalitetens vækspotentiale.

En vækstmodel kan være matematisk formuleret eller udtrykt udelukkende ved hjælp af grafer eller tabeller. Her tages der udgangspunkt i en matematisk formulering. Dette muliggør kalibrering ved hjælp af statistiske metoder og indebærer, at modellen kan indbygges i computer-baserede planlægningsværktøjer. Grafiske eller tabellariske repræsentationer kan efterfølgende fremstilles fx i et regneark.

Vi vil nu se nærmere på modellens opbygning. *Læsere som ønsker at koncentrere sig om resultaterne kan gå drekte til afsnit 3.3.*

3.1 Grundflade- og højdetilvækst

En biologisk realistisk funktion for totalproduktionen (fx for højdeudviklingen) har typisk et S-formet udseende. Funktionen værdi stiger i begyndelsen stejlere og stejlere for derefter gradvist at flade ud indtil et maksimal-niveau er nået (fx maksimalt opnåelig højde på voksestedet). Den tilhørende vækstfunktion vil i begyndelsen være voksende, siden kulminere, og endelig begynde at falde indtil væksten evt. helt ophører. Se Figur 2.

Både differential- ¹⁾ og differensligninger ²⁾ ville med udgangspunkt i væksten

kunne beskrive en bevoksningsudvikling af den nævnte art. I praksis er den diskrete form (differensligningen) dog mere anvendelig end den kontinuerte (differentialligningen). Dette skyldes at målinger på bevoksninger henføres til en alder – angivet i år – snarere end i uger eller måneder. Dette gælder for såvel grunddata som for de data der siden hen skal udføres fremskrivninger for.

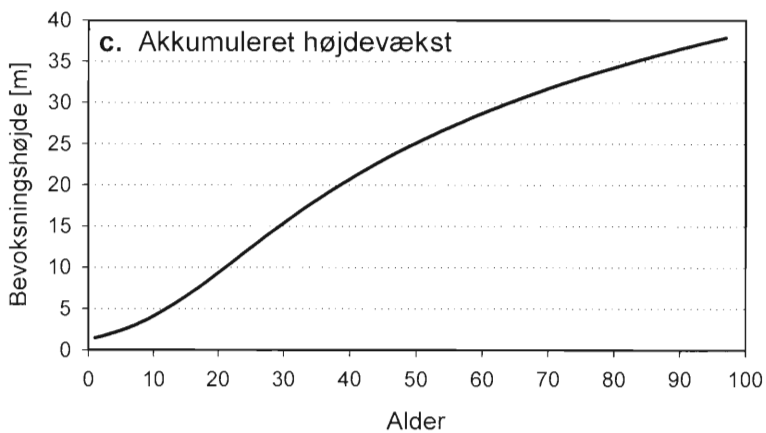
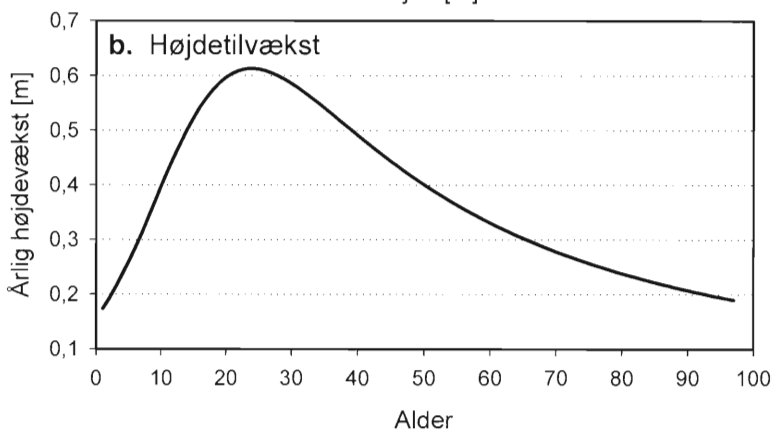
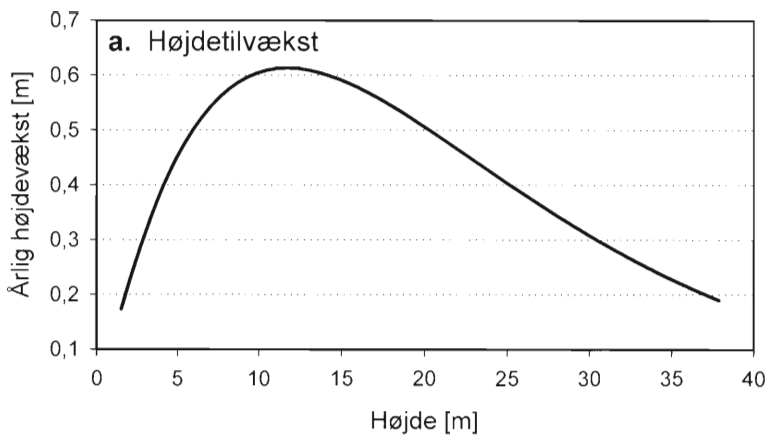
Ligningerne tager udgangspunkt i konkrete startværdier. Disse kan fastsættes vilkårligt, fx i form af en starthøjde på 1,3 m, eller man kan bruge tidligere observationer, fx den senest målte bevoksningshøjde.

En differensligning har den fordel, at den kan "genstartes" løbende – ved hver måling/tynding. Ved at bruge den tidligere måling undgår man at systematiske fejl akkumuleres, idet beregningen altid tager udgangspunkt i den sidste, faktisk observerede skovtilstand. Desuden undgås problemer med at bestemme den ændring af vedmassefaktorerne, der forårsages af hugsten.

Nedenfor ses et eksempel på hvordan en differensligning kan bruges til at fremskrive bevoksningstilstanden udtrykt

¹⁾ En differentialligning kan udtrykkes: $dy/dt = f(y)$. dy er den ændring af y som sker i løbet af et meget kort tidsinterval dt , $f(y)$ er et funktionelt udtryk og y kan være fx bevoksningshøjde eller grundflade.

²⁾ En differensligning kan udtrykkes: $\Delta y/\Delta t = f(y)$. Δy er den ændring af y som sker i løbet af et tidsinterval Δt , fx af et års varighed, $f(y)$ er et funktionelt udtryk og y kan være fx bevoksningshøjde eller grundflade.



Figur 2. Årlig højdetilvækst udtrykt: a. som funktion af højden, b. som funktion af alderen. Desuden c. den akkumulerede højde (svarende til integralet af b).

ved X (fx højden) fra tidspunktet t til tidspunktet $t+3$, idet tilstanden efter en periode af varigheden 1 (år) altid bestemmes som summen af tilstanden før perioden og tilvæksten $f(X) = \Delta X$: Δ

$$\text{Trin 1: } \hat{X}_{t+1} = X_t + f(X_t)$$

$$\text{Trin 2: } \hat{X}_{t+2} = \hat{X}_{t+1} + f(\hat{X}_{t+1})$$

$$\text{Trin 3: } \hat{X}_{t+3} = \hat{X}_{t+2} + f(\hat{X}_{t+2})$$

I en vækstmodel vil man ofte ønske at inddrage flere variabler, fx grundflade, højde og stamtal, og en enkelt differensligning er derfor ikke tilstrækkeligt. Modellen for douglasgran består således af to differensligninger, én som beskriver højdetilvæksten og én som beskriver grundfladetilvæksten. For højdevækstens vedkommende tages der udgangspunkt i følgende funktion:

$$\frac{\Delta H_g}{\Delta t} = a_1 H_g^{a_2} \exp(-a_3 H_g)$$

hvor parametrene a_1 , a_2 og a_3 er konstanter bestemt på grundlag af det til rådighed værende datamateriale for blivende bestands vækst frem til næste måling.

Denne grundligning er anvendt af Leary (1970) og modificeret af Zeide (1993). Den er videreudviklet af Johannsen (1999) til at modellere væksten for eg. For at illustrere fleksibiliteten af funktionen er der i Figur 3 afbildet forskellige scenarier med tilhørende parameterværdier.

Som det fremgår af Figur 3, kan grundmodellen bruges til at modellere mange forskellige scenarier, men den mest anvendelige til både højde- og grundflade-

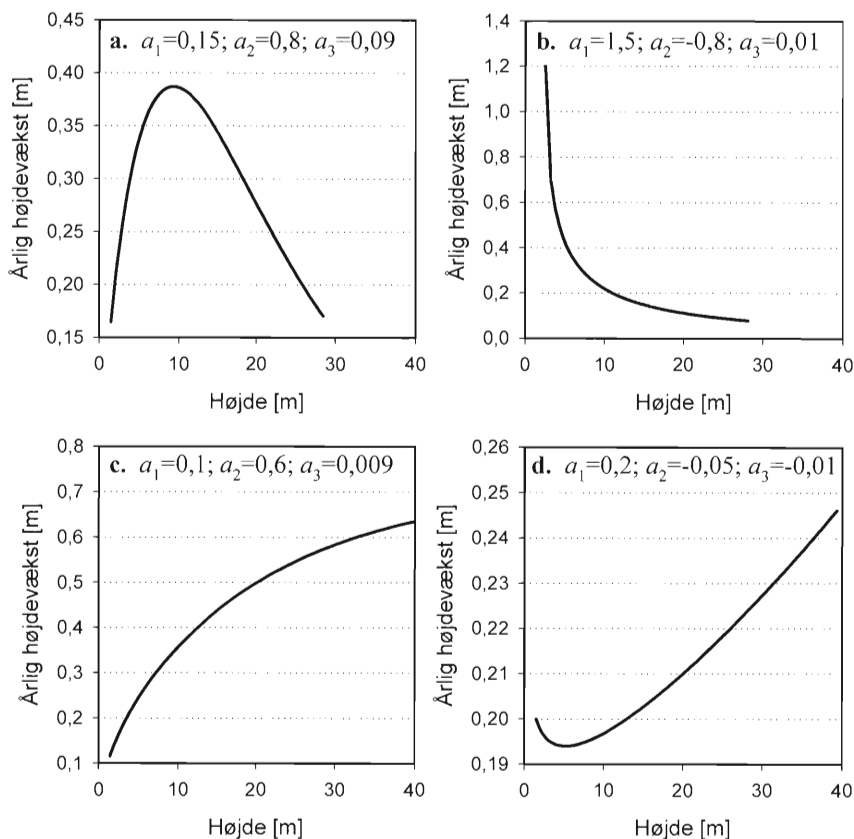
bestemmelse er vist i eksemplet i Figur 3a, hvor a_2 er omkring 1 og a_3 er positiv. Når a_3 er positiv bevirker det, at den fungerer som en dæmpende faktor på den eksponentielle udvikling og får væksten til at falde.

Den biologiske udlægning er, at jo højere og dermed også ældre træerne er, jo mindre bliver højdetilvæksten. For grundfladens vedkommende indebærer stigende grundflade, at der bliver stadig mindre plads at brede sig på, så her er det også rimeligt at grundfladetilvæksten før eller siden begynder at falde.

Højde- og grundfladetilvæksten kunne formodes at være indbyrdes afhængige. Følgelig kan grundligningen for højdevæksten udbygges med et led der gør den afhængig af grundfladen. Eventuelt kan både ligningen for højdetilvæksten og ligningen for grundfladetilvæksten indeholde et ekstra led.

Den teoretiske begrundelse for udvidelsen af grundfladeligningen med et led hvor højden indgår er, at jo større højde og alder, jo langsommere vil grundfladetilvæksten være, da det øgede vækstrum skal udnyttes af færre træer og den relative grundfladetilvækst er faldende med alderen. Dette svarer til, at træerne bruger mere tid på at lukke hullerne efter en tynding i alderdommen end i ungdommen. Det ekstra led kan derfor indgå i eksponentialfunktionen som et negativt, dæmpende led.

Når det gælder modellen for højdetilvæksten vil en udvidelse kunne begrundes med, at en stor grundflade vil få træerne til at søge op i lyset og dermed øge højdetilvæksten. Det ekstra led kan



Figur 3. Differensligningens fleksibilitet illustreret ved afprøvning med forskellige parametre.

derfor indgå i eksponentialfunktionen som et positivt led.

Den positive sammenhæng mellem grundfladen og højdetilvæksten er set hos løvtræer (Johannsen 1999), men hos de fleste nåletræer er sammenhængen mindre klar, da deres højdetilvækst påvirkes mindre af stamtallet. Ved opstillingen af modellen blev det dog afprøvet, om det ekstra led forbedrer lig-

ningen signifikant. De to udvidede ligninger ser nu således ud:

$$\frac{\Delta H_g}{\Delta t} = a_1 H_g^{a_2} \exp(-a_3 H_g + a_4 G)$$

$$\frac{\Delta G}{\Delta t} = b_1' G^{b_2} \exp(-b_3 G - b_4 H_g)$$

Det viser sig, at udvidelsen af højdeligningen ikke forbedrer modellen signifi-

kant. Det ekstra led er derfor udeladt i højdeligningen, men bibeholdt i grundfladeligningen hvor det har stor betydning.

En vækstmodel bør være let at tilpasse til lokale data og anvende i planlægningen, og jo færre konstanter der skal bestemmes på grundlag af lokale data, jo nemmere er anvendelsen. I ovenstående ligninger er konstanterne med indeks 2, 3 og 4 bestemt for landet som helhed på grundlag af forsøgsmaterialet, hvorimod konstanterne med indeks 1 er bevoksningsspecifikke parametre, som skal fastlægges for hver lokalitet. Som tidligere nævnt er der tale om en form for bonitetsangivelse.

Det er en fordel for anvendelsen, hvis der kun er én bevoksningsspecifik parameter, som til gengæld indgår i begge ligninger. Det forudsætter dog, at de to bevoksningsspecifikke konstanter fra ovenstående ligninger i en vis udstrækning afhænger af hinanden. Dette viser sig at være tilfældet, og det nye udvidede sæt ligninger ser derefter således ud:

$$\frac{\Delta H_g}{\Delta t} = a_1 H_g^{a_2} \exp(-a_3 H_g)$$

$$\frac{\Delta G}{\Delta t} = b_1 (a_1)^{b_5} G^{b_2} \exp(-b_3 G - b_4 H_g)$$

Dermed er a_1 den eneste bevoksningsspecifikke parameter. Denne udvidelse af ligningerne er også brugt af Johannsen (1999) til modellering af eggs vækst. Da de to ligninger efter udvidelsen er indbyrdes afhængige er det nødvendigt at bestemme deres parametre samtidig (se Bilag 4).

Ved at tilføje eksponenten b_5 kan man øge modellens fleksibilitet. Hvis sammenhængen mellem a_1 og b_1 viser sig at være lineær vil eksponenten b_5 blot få

værdien 1. I modsat fald vil den få værdier der afviger fra 1.

3.2 Stamtalesafviklingen

For at konstruere en produktionsoversigt ud fra ovenstående ligninger skal man kende stamtalsafviklingen. Denne er dels givet ved tyndingerne, dels ved eventuel selvtynding.

For at kunne konstruere en ligning for selvtyndingen, skal materialet indeholde data fra forskellige hugstforsøg, herunder utyndede kontrolparceller. Da det foreliggende datamateriale ikke indeholder utyndede bevoksninger og da der stort set ikke forekommer selvtynding i materialet, kan en differensligning til beskrivelse af selvtyndingen ikke fastlægges. Ved brug af modellen må man derfor enten antage at der ikke sker selvtynding eller selv specificere den.

3.3 Sammenfatning

I de to foregående afsnit er præsenteret modeller for grundflade- og højdetilvæksten. Modellerne opfylder kravene opstillet i indledningen og er konsekvent opbyggede, biologisk realistiske, fleksible og ved passende anvendelse også lettilgængelige for forbrugeren.

4. Eksempler på anvendelsen

For at illustrere hvordan modellen opfører sig under forskellige betingelser gives i det følgende eksempler på fremskrivninger fremkommet ved brug af modellen. Resultaterne er præsenteret i en række grafer, og disse kan ses som eksempler på grafiske produktionsoversigter fremstillet ved hjælp af modellen.

Funktionerne bag graferne er beskrevet nærmere i Bilag 3. "Gør-det-selv-skov-

planlæggeren” henvises til dette bilag. Regnearket, der er anvendt ved beregning af graferne, samt hjælp til brugen af modellen kan fås ved henvendelse til Peter Christensen (pshc@hotmail.com).

4.1 Eksempler på modellens forudsigelser

Der tages udgangspunkt i to forskellige hugstbehandlinger og tre forskellige værdier af den bevoksningsspecifikke parameter a_1 , som skal fastlægges for hver enkelt bevoksning.

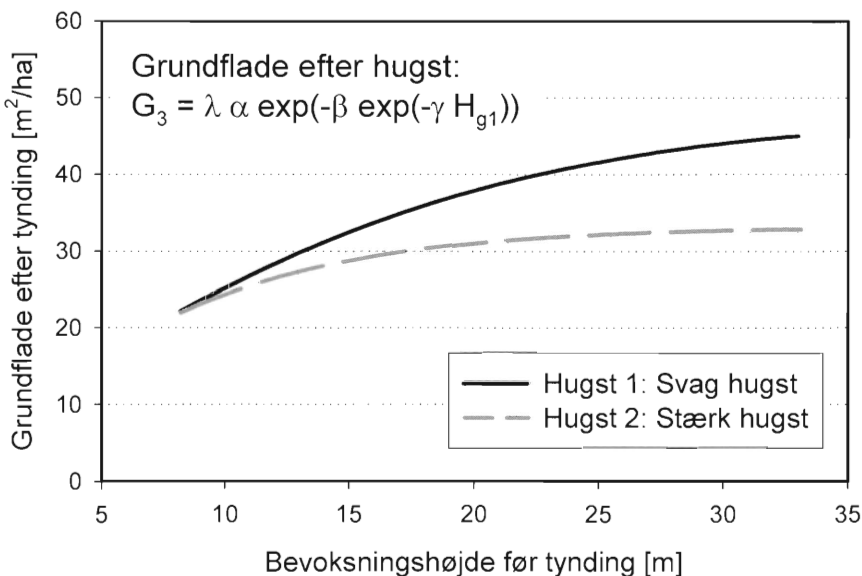
De valgte værdier for a_1 er hhv. 0,1, 0,15 og 0,2, hvilket nogenlunde dækker det interval der optræder i grunddata. Hugstbehandlingerne er beskrevet vha. en Gompertz-funktion (se Bilag 3), og de

tilhørende grundfladeudviklinger er vist i Figur 4.

Den ene hugst er en forholdsvis svag hugst, hvor man relativt langsomt opbygger en stor stående vedmasse. Den anden hugst er en relativt stærk hugst, hvor man opnår en hurtig diameterudvikling. For begge hugster er hugstmåden udtrykt ved udhugningskvotienten: $Q = D_{g2} / D_{g1}$, hvor Q er fastsat til 0,9, D_{g1} er bestandens grundflademiddeldiameter før hugst, og D_{g2} er hugstens grundflademiddeldiameter.

Intervalleret mellem to på hinanden følgende hugstindgreb er defineret som en tiendedel af bevoksningsalderen, afrundet til hele år. Eksempelvis skal der altså ved alderen 67 år være gået 7 år siden

Figur 4. Planlagt grundflade efter hugst for de to hugstbehandlinger. Anvendte modelparametre: Hugst 1: $\lambda = 1,2$; $\alpha = 40$; $\beta = 1,75$; $\gamma = 0,1$; Hugst 2: $\lambda = 1$; $\alpha = 33$; $\beta = 1,5$; $\gamma = 0,16$.



Tabel 1. Startværdier for højde og grundflade for de 3 forskellige værdier af den bevoksningsspecifikke bonitetsparameter.

	$a_1 = 0,1$	$a_1 = 0,15$	$a_1 = 0,2$
Starthøjde	5 m	6,5 m	8 m
Startgrundflade	10 m ²	17 m ²	25 m ²

sidste hugst før der udføres en ny tyndingshugst. Desuden forudsættes det at der ikke kan hugges i to på hinanden følgende år.

Foruden hugstintervallerne er der defineret en minimumsgrundflade, som bevoksningen skal have for at tyndingen udføres. For begge hugstbehandlinger er der indført en øvre aldersgrænse for hugst, således at sidste tyndingshugst sker ved en alder på 92 år. Der er anvendt fælles startværdier for alder og stamtal på hhv. 15 år og 4000 træer/ha. Startværdierne for højde og grundflade afhænger af bonitetsparameteren a_1 , se Tabel 1.

Når modellen i forbindelse med overordnet planlægning anvendes til at konstruere prognostiske produktionsoversigter er det vigtigt at være opmærksom på, at vedmassefaktorernes langtidsudvikling er relativt følsom over for små variationer i startværdierne. Brugeren opfordres derfor til at arbejde grundigt med fastsættelsen af startværdier.

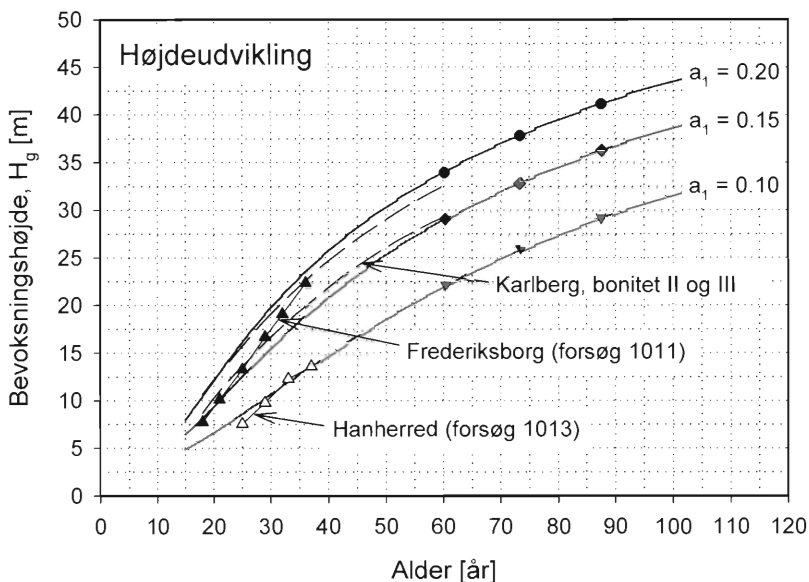
Når modellen anvendes til fremskrivning af tilstanden i konkrete bevoksninger, er dette problem umiddelbart mindre, idet startværdierne her er givet ved de målinger, man har foretaget i bevoksningen. Forudsætningen er dog, at måleresultaterne ikke er behæftet med alt for stor usikkerhed.

4.2 Højde

Højdeudviklingen er vist i Figur 5 for de tre forskellige værdier af den bevoksningsspecifikke bonitetsparameter a_1 . Det er kun højdeudviklingen ved den svage hugst der er vist, idet højden næsten er uafhængig af hugststyrken.

Til sammenligning er de observerede højdeudviklinger indtegnet for to af FSL's forsøgsparcereller på hhv. Frederiksborg og Hanherred statsskovdistrikter. Desuden er der indtegnet højdekurver svarende til højdeudviklingen for bonitet I og II i Karlbergs (1961) oversigt. Af Figur 5 fremgår, at den højdeudvikling der fås når a_1 er 0,1, er sammenlignelig med FSL's forsøg nr. 1013 i Hanherred. Ved en a_1 -værdi på 0,2 fås en udvikling, der er sammenlignelig med FSL's forsøg nr. 1011 på Frederiksborg; dette forsøg brugte dog lidt længere tid på at komme i gang end forudsat med den her anvendte startværdi (højde ved alderen 15 år).

Hvis man ønsker et meget groft skøn for egne bevoksningers a_1 uden at give sig til at måle, kan man altså prøve at vurdere hvor ens egne bevoksninger ligger i forhold til de to nævnte. Hvis man i forvejen har en idé om egne bevoksningers bonitet i Karlbergs system, kan man i stedet gøre brug af, at Karlbergs bonitet I svarer til en a_1 -værdi på lidt under 0,2,



Figur 5. Højdeudvikling for tre forskellige værdier af den bevoksningsspecifikke parameter (a_1) bestemt for den svage hugst. Til sammenligning vises Karlbergs bonitet I og II samt FSL's forsøg 1011 og 1013.

mens Karlbergs bonitet II omtrent svarer til en a_1 -værdi på 0,15.

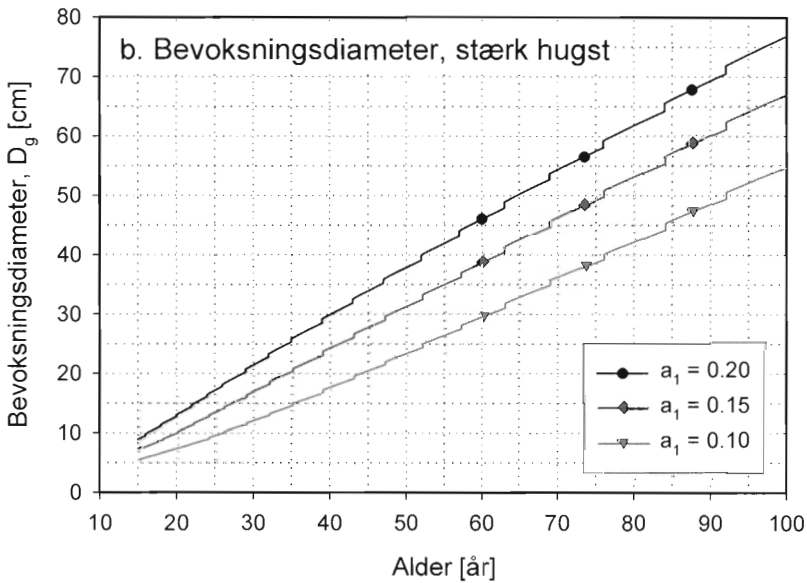
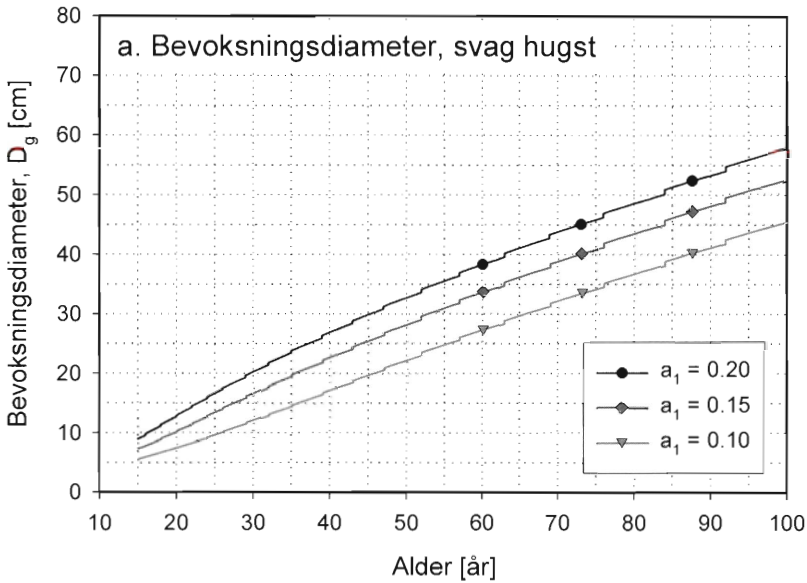
4.3 Diameter

Bevoksningens diameterens (D_g) udvikling er vist for den svage hugst i Figur 6a. Det fremgår, at diameteren ved alderen 100 år er ca. 45 cm for $a_1 = 0,1$. For $a_1 = 0,2$ er diameteren ved 100 år ca. 58 cm. For de undersøgte boniteter er der altså et naturligt spænd mht. vækstpotentialt på ca. 13 cm ved samme svage hugst.

Ser vi på den stærke hugst, fremgår det af Figur 6b, at diameteren ved 100 år varierer fra ca. 55 cm ved $a_1 = 0,1$ til ca. 77 cm ved $a_1 = 0,2$. Her er der altså et spænd

på ca. 22 cm eller næsten dobbelt så meget som ved den svage hugst. Endvidere er slutdiameteren ved den stærke hugst knapt 20 cm større end ved den svage (for $a_1 = 0,2$). Den valgte hugststyrke har altså meget stor indflydelse på diameterudviklingen.

Diameterudviklingen kan også udtrykkes i form af grundflademiddeltræets gennemsnitlige årringsbredde ved alderen 100 år. Fra den svage hugst med $a_1 = 0,1$ til den stærke hugst med $a_1 = 0,2$ varierer den gennemsnitlige årringsbredde fra 2,25 mm til 3,85 mm. Ifølge Moltesen (1988) svarer dette til en variation i rumtætheden fra ca. 400 kg/m³ til 470 kg/m³.



Figur 6. Diameterudviklingen (D_g) for den svage (a) og den stærke hugst (b). En parameter værdi på $a_1 = 0,1$ ligger tæt op ad FSL's forsøg 1013 i Hanherred, mens en værdi på $0,2$ svarer nogenlunde til forsøg 1011 på Frederiksborg (se også figur 5).

Tabel 2. Stamtallet efter hugst (træer/ha) i udvalgte år for den svage hugst og for 3 forskellige værdier af den bevoksningsspecifikke bonitetsparameter, a_1 .

Bonitetsparameter, a_1	30 år	55 år	100 år
$a_1 = 0,1$	2374	859	310
$a_1 = 0,15$	1605	617	240
$a_1 = 0,2$	1220	485	198

Selv om de viste eksempler antages at dække yderpunkterne mht. vækstopotential i danske douglasbevoksninger vil væsentligt større bevoksningsdiametre ved alderen 100 år kunne nås, hvis forholdene er optimale. Således er der på Silkeborg Statsskovdistrikt set bevoksningsdiametre (D_g) i sluttet bevoksning på omkring 100 cm ved alderen 100 år. Grundflademiddeltræets gennemsnitlige årringsbredde bliver derved også tilsvarende større.

4.4 Stamtal

Stamtalsafviklingen er vist for den svage hugst i Figur 7a og for den stærke hugst i Figur 7b.

Ved betragtning af stamtalsudviklingen er det vigtigt at erindre at der startes ved alderen 15 år og at start-stamtallet i alle tilfælde er 4.000 træer/ha. Det betyder, at den planteafgang, der normalt sker i de første år efter etableringen ikke indgår i den viste udvikling.

Figur 7 tager altså udgangspunkt i et effektivt plantetal på 4.000 træer/ha uanset lokalitet. I praksis vil man ofte have forskellige plantetal afhængigt af boniteten, men for overskuelighedens skyld er det her valgt at tage udgangspunkt i samme plantetal.

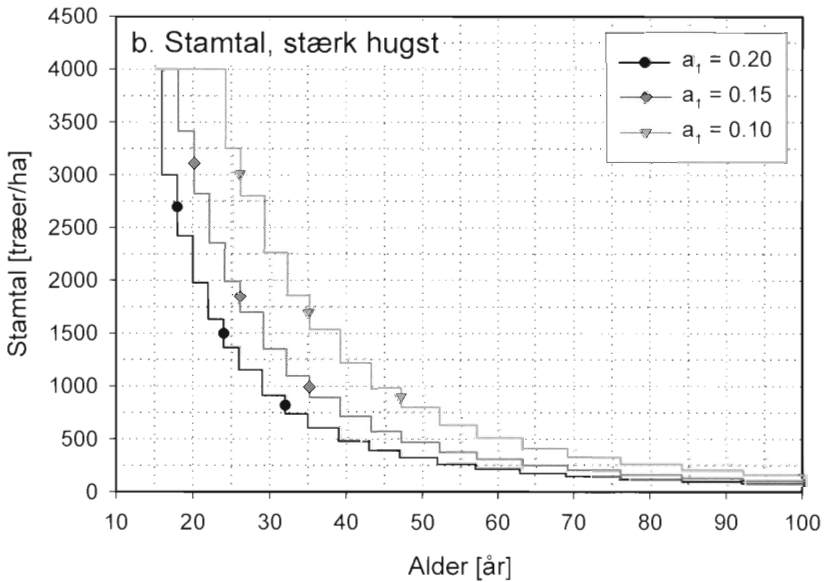
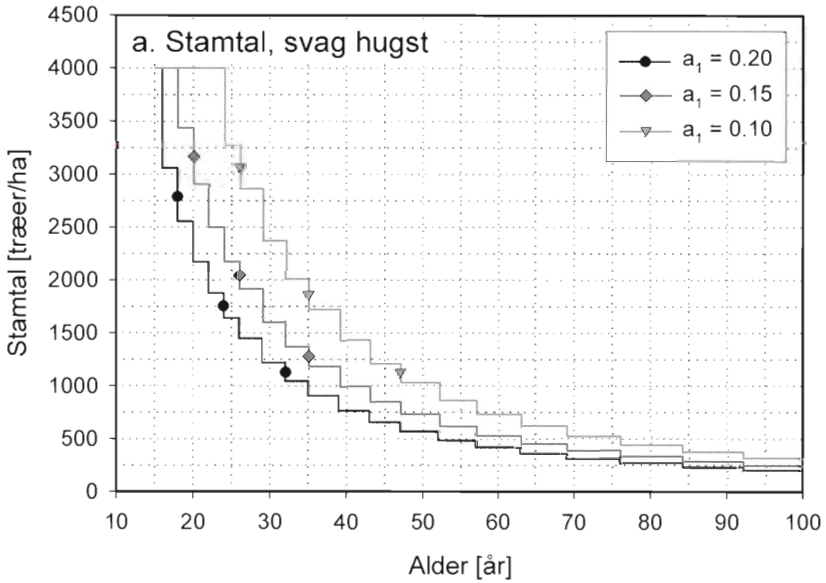
For at give et tydeligere indtryk af stamtalsafviklingen er stamtallene efter hugst

opført i Tabel 2 ved aldrene 30, 55 og 100 år.

Det kan diskuteres hvor svag hugsten er, og nogle vil måske mene, at stamtallet ved 100 år er relativt lavt, fx i forhold til visse bevoksninger på den jyske hede. Ud fra grundmaterialet kan der dog ikke findes begrundelse for at føre en svagere hugst, snarere tværtimod.

Det fremgår af Tabel 2, at der ved aldre over 55 år sker en relativt kraftig stamtalsafvikling, sammenlignet med hvad man fx tør gennemføre i rødgran. Med douglasgranens gode stabilitet i de høje aldre bør det dog næppe give anledning til bekymring.

Som det fremgår af Figur 7b, er der for den stærke hugst lidt større relativ variation mellem bevoksninger på god og mindre god bonitet. I Tabel 3 er stamtallene ved aldrene 30, 55 og 100 år vist. Som det fremgår af Tabel 3, er stamtallet væsentligt lavere her end ved den svage hugst (Tabel 2), hvilket stemmer overens med den meget kraftigere diameterudvikling. Modellens stamtal på kun 81 træer/ha ved 100 år for $a_1 = 0,2$ er nok på grænsen af, hvad man ville praktisere i renbestand. Ved så høj alder vil der dog ofte være andre træarter til stede i bevoksningen, hvorfor det lave stamtal formentlig ikke er urealistisk.



Figur 7. Stamtalsafviklingen for den svage (a) og den stærke hugst (b).

Tabel 3. Stamtallet efter hugst (træer/ha) i udvalgte år for den stærke hugst og for 3 forskellige værdier af den bevoksningsspecifikke bonitetsparameter.

Bonitetsparameter, a_1	30 år	55 år	100 år
$a_1 = 0,1$	2259	627	163
$a_1 = 0,15$	1349	372	108
$a_1 = 0,2$	910	260	81

4.5 Grundflade

Grundfladeudviklingen er vist for den svage hugst i Figur 8a og for den stærke hugst i Figur 8b.

Som det fremgår af Figur 8a medfører den svage hugst, at den stående grundflade ved aldre over 50 år varierer mellem ca. 40 og 50 m²/ha. Dette er en relativt stor grundflade sammenlignet med fx Karlbergs bonitet I for douglasgran eller Møllers (1933) bonitet I for rødgran.

De kraftige indgreb i aldrene over 50 år er et resultat af det anvendte tidsinterval mellem hugster (en tiendedel af bevoksningens alderen). Det er naturligvis op til brugeren at fastlægge udhugningsintervallet, så hvis man ønsker det kan der blot udføres fx dobbelt så mange indgreb med ca. det halve udbytte per indgreb. Hyppigere indgreb vil ikke påvirke produktionsfaktorenes langtidige udvikling væsentligt.

Ved den stærke hugst, der er vist i Figur 8b, svinger grundfladen i blivende bestand mellem 30 og 40 m²/ha allerede fra omkring 30 års alderen. Dette er på niveau med Karlbergs bonitet I og Møllers bonitet I for rødgran, der begge foreskriver et grundfladeniveau på 30-35 m²/ha. Ligesom for den svage hugst er der tale om relativt kraftige indgreb i aldrene over 50 år. Igen gælder naturligvis, at det

er op til brugeren at gennemføre det på distriktet tilstræbte hugstsystem.

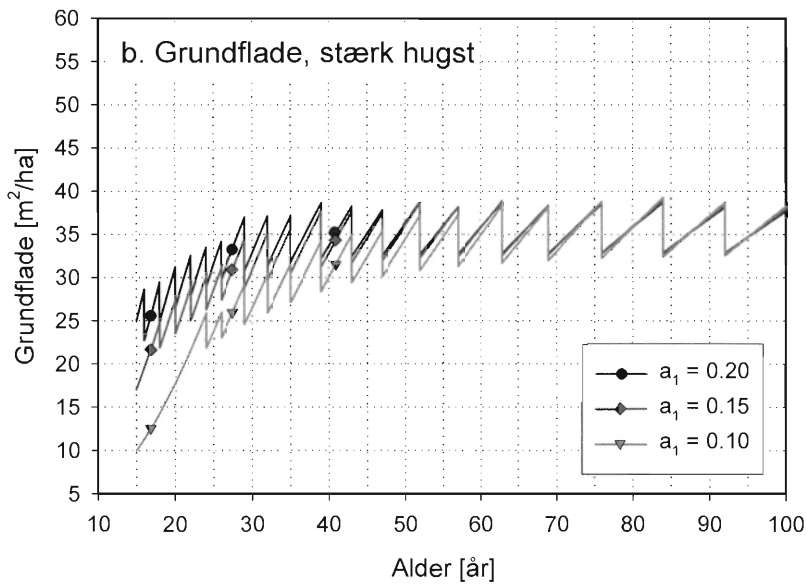
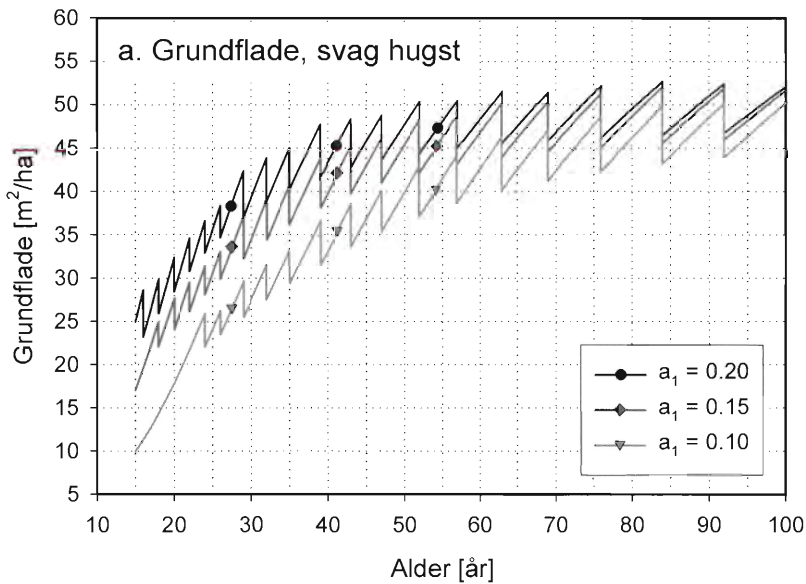
4.6 Vedmasse

Udviklingen i den stående vedmasse blev ikke undersøgt nærmere i specialet (Christensen 2003), idet der ved opstillingen af modellen blev lagt vægt på at modellere de direkte målbare størrelses vækst. Total vedmasse og salgbar masse kan altid afledes ved hjælp af en vedmassefunktion eller en formtalsfunktion. På den anden side er vedmassen vigtig i praksis, og vi har derfor valgt at beregne totalmassen for de viste hugstbehandlinger.

Vedmassen er beregnet vha. Madsens (1987) vedmassefunktion for totalmasse af douglasgran. Resultatet er vist i Figur 9. Det skal bemærkes, at grænserne for vedmassefunktionens grundmateriale overskrides. Dette materiale omfattede ikke bevoksninger med grundflademiddeldiameter større end 66 cm og træer med højder over 38 m. Det antages dog, at de fejl der forårsages heraf er beskedne.

Som det fremgår af Figur 9a, opbygges der en relativt stor vedmasse i de svagt huggede bevoksninger.

Modellens grundmateriale omfatter ikke utyndede bevoksninger. Derfor vil modellens forudsigelser være tvivlsomme for meget svagt tyndede bevoksninger. Det kan derfor ikke anbefales at benytte



Figur 8. Grundfladeudviklingen for den svage (a) og den stærke hugst (b).

modellen i forbindelse med hugstbehandlinger der er svagere end den her præsenterede.

Det fremgår af Figur 9b, at vedmasseniveauet for den stærke hugst er 20-25 % lavere end for den svage. For bevoksninger med $a_l = 0,2$ er den stående vedmasse knapt 700 m³/ha ved alderen 100 år. For $a_l = 0,1$ er vedmassen ca. 500 m³/ha ved samme alder.

Disse niveauer virker høje i sammenligning med fx Møllers bonitet I for rødgran, men sammenligner man med fx Karlberg, er vedmasseniveauet nogenlunde det samme. Sidstnævnte stopper dog ved 61 år.

4.7 Tynding

Der er her vist tyndinger både i form af grundfladeudtag og vedmasseudtag. Figur 10a viser grundfladeudtaget for den svage hugst, og Figur 10b viser det for den stærke hugst. Tilsvarende viser Figur 11a vedmasseudtaget for den svage hugst, og Figur 11b udtaget for den stærke hugst.

Som det fremgår af Figur 10a, er grundfladeudtaget for den svage hugst overordnet set stigende indtil en alder på ca. 40 år. Derefter er det stabilt i resten af omdriften.

Den lidt atypiske form med aftagende grundfladeudtag over en kortere årrække skyldes blandt andet, at hugstintervallet afhænger af alderen. For eksempel gælder det, at der for den svage hugst med $a_l = 0,2$ kun går 2 år mellem tyndingerne i aldersintervallet 18-26 år, men 3 år i aldersintervallet 26-35 år. Da den anvendte hugstfunktion er afhængig af højden men uafhængig af alderen, vil de trinvis ændringer i hugstintervallerne få varierende betydning for hugstudtaget.

Det fremgår af Figur 10b, at man for den

stærke hugst allerede ved en alder på ca. 30 år opnår ligevægt mellem hugststudtagene og tilvæksten. Dette hænger sammen med at grundfladeniveauet er ca. 10 m²/ha lavere for den stærke hugst end for den svage.

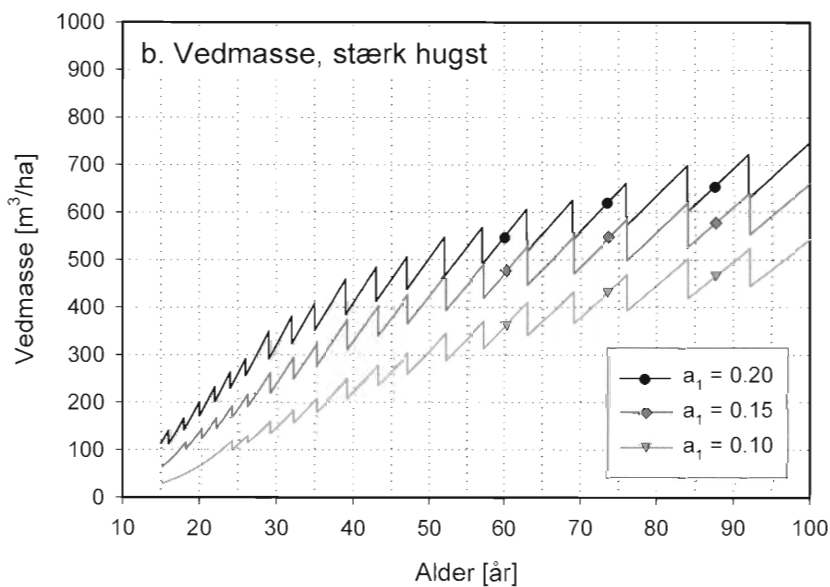
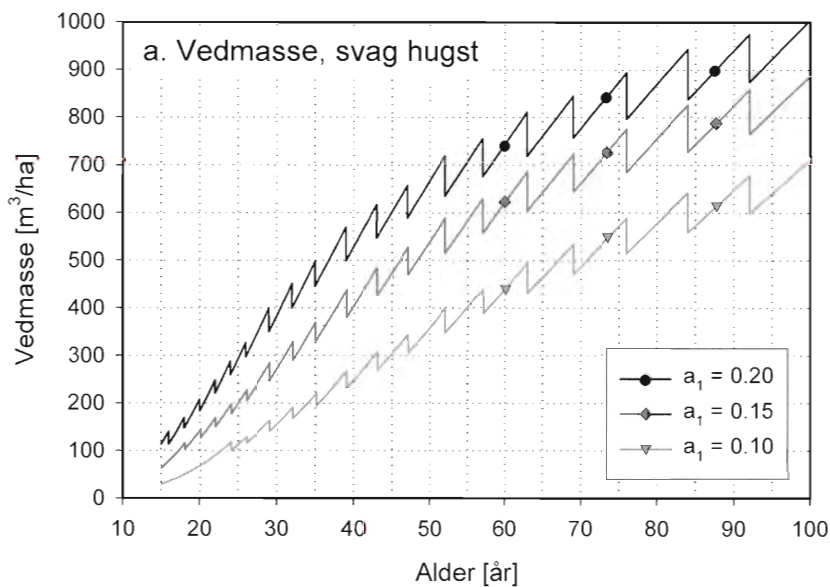
En ”sjov” ting, man kan se af Figur 10, er at grundfladeudtaget i høje aldre er lavere for bevoksninger med $a_l = 0,2$ end for bevoksninger med $a_l = 0,1$. Men som det fremgår af Figur 11 er vedmasseudtaget samtidig større for $a_l = 0,2$ end for $a_l = 0,1$. Dette skyldes, at gennemsnitshøjden for træerne med $a_l = 0,2$ er større, og at hver kvadratmeter grundflade derfor svarer til en noget større vedmasse. Derfor skal der ikke tyndes så mange kvadratmeter grundflade for at få samme udtag af vedmasse.

Som det fremgår af Figur 11a er vedmasseudtaget for den svage hugst jævnt stigende gennem hele omdriften. De relativt store vedmasseudtag i aldrene over 50 år er bl.a. et resultat af de forholdsvis lange hugstintervaller. I mange bevoksninger vil man sandsynligvis tynde oftere, med deraf følgende mindre hugststudtag.

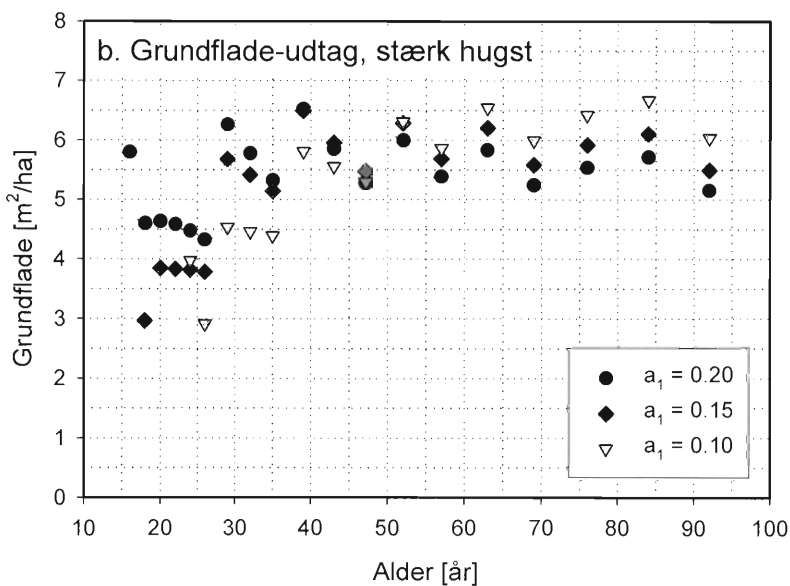
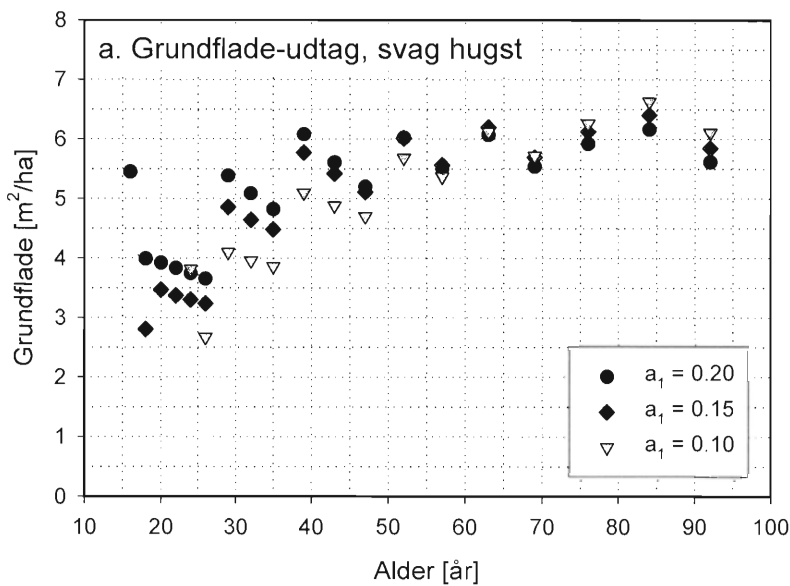
Af Figur 11b fremgår at vedmasseudtaget for den stærke hugst også er jævnt stigende gennem hele omdriften. Ligesom for den svage hugst er de forholdsvis store vedmasseudtag i aldrene over 50 år bl.a. et resultat af de relativt lange hugstintervaller.

5. Afrunding

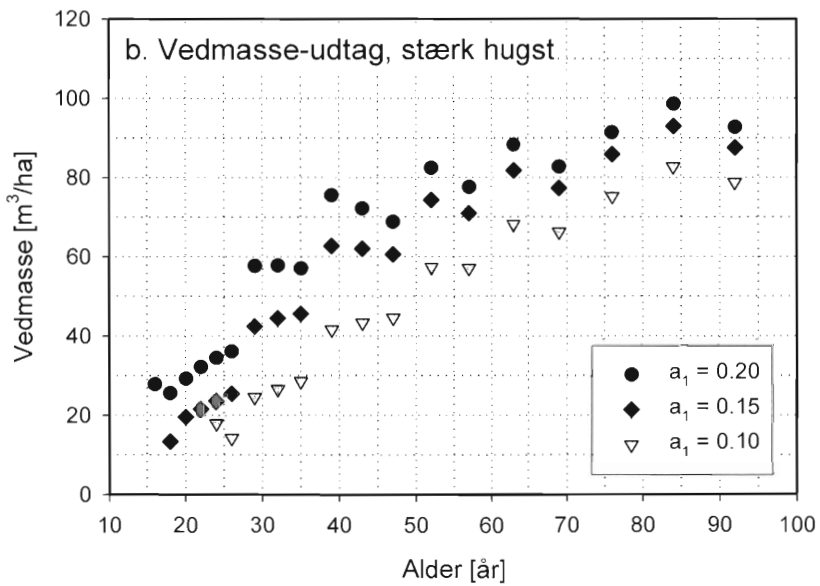
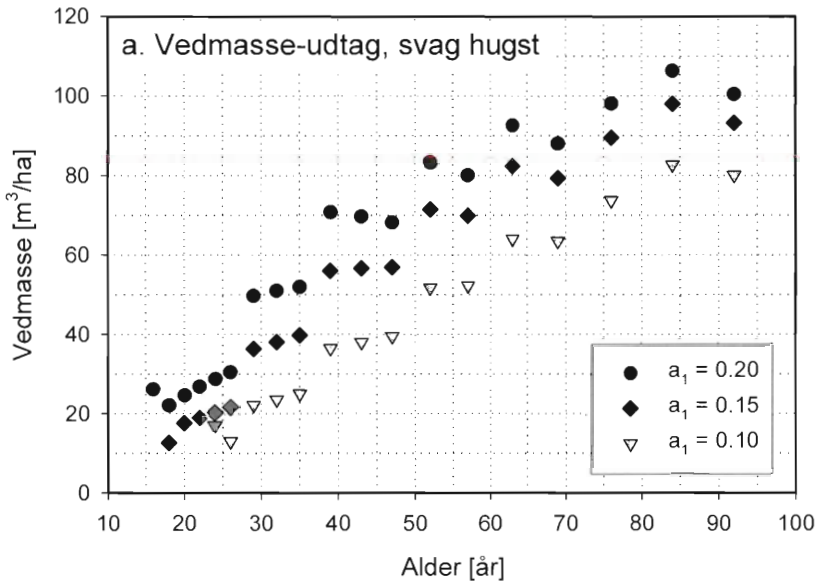
I artiklen er der præsenteret en ny vækstmodel for douglasgran i Danmark. Der er givet eksempler på modellens fremskrivninger med 3 forskellige bevoksningsspecifikke parametre og 2 forskellige hugstbehandlinger, i alt 6 typebevoksninger.



Figur 9. Udviklingen i stående masse for den svage (a) og den stærke hugst (b).



Figur 10. Grundfladeudtag for den svage (a) og den stærke hugst (b).



Figur 11. Vedmasseudtag for den svage (a) og den stærke hugst (b).

Disse typebevoksninger illustrerer modellens opførsel og skal kun ses som eksempler. Den grundlæggende ide bag modellen er nemlig at brugeren selv fastlægger betingelserne for bl.a. hugsten og tilpasser modellen til forholdene på distriktet. Modellen er meget fleksibel, men korrekt fastlæggelse af startværdierne er af stor betydning, da resultaterne er følsomme overfor disse.

Regnearket med modellen og beregningsprogrammet til bestemmelse af den bevoksningsspecifikke parameter a_j kan rekvireres ved henvendelse til Peter Christensen (pshc@hotmail.com), der også gerne hjælper med råd og vejledning vedrørende brug af modellen.

”Gør-det-selv-skovplanlæggeren” henvises til Bilag 3, hvor beregningsgangen ved opstilling af en produktionsoversigt er beskrevet med udgangspunkt i modellens grundligninger og de hjælpefunktioner der anvendes i det omtalte regneark. Modellens opstilling og egenskaber er diskuteret mere indgående i specialet (Christensen 2003), hvorfor den interesserede henvises til dette for yderligere dokumentation.

6. Litteratur

Bergel, D. (1969): Ertragskundliche Untersuchungen über die Douglasie in Nordwestdeutschland. Dissertation, Göttingen.

Christensen, P.S.H. (2003): En dynamisk vækstmodel for douglasgran (*Pseudotsuga menziesii* (Mirb.) Franco) i Danmark. Speciale, KVL, Institut for Økonomi, Skov og Landskab, København. 86 pp. plus bilag.

Hauch, L.A. & A. Oppermann (1898-1902): *Haandbog i Skovbrug*. 788 pp. Det nordiske Forlag, København.

Heding, N. (1969): Stamtalsreduktion og dia-

meterudvikling i ikke-tyndede rødgranbevoksninger med forskellige planteafstande. *Det forstlige forsøgsvæsen i Danmark bd. 32, pp. 189-244.*

Johannsen, L. 1997. De rødkerne nåletræarter – Ressource og hugstprognose. *Skoven 1997:3* 110-114.

Johannsen, V. K. (1999): A growth model for oak in Denmark. Ph.D. afhandling, KVL, København.

Jørgensen, B.B. (2001): Træartsserien anlagt 1964/65. Manuskript, 15 pp. I Skovdyrking. Supplerende artikler og noter til forelæsningerne, KVL, København 2001.

Karlborg, S. (1961): Development and yield of Douglas fir (*Pseudotsuga taxifolia* (Poir.) Britt.) and Sitka spruce (*Picea sitchensis* (Bong.) Carr.) in southern Scandinavia and on the Pacific Coast. *Kungl. Skogshögskolans skrifter bd. 34 pp.*

Leary, R. (1970): System identification principles in studies of forest dynamics. USDA Forest Service, Research Paper NC-45. 50 pp.

Madsen, S.F. (1987): Vedmassefunktioner ved forskellige aflægningsgrænser og nøjagtighedskrav for nogle vigtige danske skovtræarter. *FFD. Bd. 41 pp. 41-242.*

Moltesen, P. (1988): *Skovtræernes ved og dets anvendelse*. 132 pp. Skovteknisk Institut.

Møller, C. M. (1933): Bonitetsvise tilvækstoversigter for bøg, eg og rødgran i Danmark. *DST bd. 18, pp. 457-513 & pp. 537-623.*

SAS Institute Inc. (1999): SAS/ETS User's Guide, Version 8, Online Version, Cary, NC: SAS Institute Inc.

Vanclay, J.K., J.P. Skovsgaard, C. Pilegaard Hansen (1995): Assessing the quality of permanent sample plot databases for growth modelling in forest plantations. *Forest Ecology and Management, vol. 71, pp. 177-186.*

Zeide, B. (1993): Analysis of growth equations. *Forest Science vol. 39 pp. 594-616.*



Foto 2. Artiklen viser eksempler på anvendelse af vækstmodellen. I eksemplerne indgår der to forskellige hugstbehandlinger og tre forskellige værdier af en bonitetsparameter som gælder for den enkelte bevoksning.

7. Bilag 7.1 Bilag 1. Forsøgsoversigt

Prøveflade forkortelse	Parcel	Første måleår	Prøvefladens areal [ha]	Bevoksnings-specifik parameter, a _i	Beliggenhed i Danmark	Proveniens
GA	GA	1907	0,1001	0,139	Boller	Oregon eller Washington
GB	GB	1907	0,1055	0,114	Farum	Oregon eller Washington
GC	GC	1908	0,06658	0,162	Valbygaard	Oregon eller Washington
GE	GE	1909	0,1793	0,149	Frijsenborg	Oregon eller Washington
IB	green	1930	0,1175	0,170	Giesegaard	Oregon
II	grey	1924	0,26503	0,083	Giesegaard	British Columbia
PA	h	1944	0,0734	0,148	Nødebo	Washington, Spirit Lake
PA	bost	1946	0,0468	0,127	Nødebo	Washington, Olympic Peninsula
PA	a	1943	0,2613	0,152	Nødebo	Washington, Pacific County
PA	d	1944	0,0803	0,146	Nødebo	British Columbia, Shuswap, West-belt.
PA	c	1943	0,0876	0,132	Nødebo	Danmark, Lerchenborg
PA	o	1944	0,0944	0,152	Nødebo	Washington, Ryderwood
PA	k	1944	0,04	0,155	Nødebo	Oregon, Cascadia
PA	I	1944	0,0889	0,123	Nødebo	Washington, Elma
PA	bvest	1943	0,0832	0,132	Nødebo	Washington, Olympic Peninsula
PA	m	1944	0,0885	0,151	Nødebo	Tyskland, Geildorf, Württemberg
PA	F	1944	0,0553	0,137	Nødebo	British Columbia, Howe Sound
PA	g	1944	0,0493	0,156	Nødebo	Tyskland, Lauterbach, Hessen
PA	e	1944	0,0798	0,157	Nødebo	Washington, Snoqualmie Pasz
PD	1008	1976	0,2933	0,180	Løvenholm	
PE	1006	1977	0,3262	0,188	Holsteinborg	
PF	1010	1979	0,2257	0,137	Skjoldenæsholm	
PG	1015	1979	0,2566	0,173	Nørlund	
PH	1007	1979	0,261	0,146	Lindet	
PI	1014	1980	0,3073	0,145	Ulborg	
PI	1014	1980	0,3073	0,145	Ulborg	
PK	1011	1980	0,2781	0,211	Frederiksborg	
PL	1004	1980	0,2401	0,179	Pederstrup	
PM	1003	1980	0,3288	0,168	Bregentved	
PO	1005	1985	0,261	0,202	Frijsenborg	
PR	1009	1984	0,1893	0,170	Palsgård	
PS	1013	1986	0,2105	0,116	Hanherred	

7.2 Bilag 2. Symbolforklaring

N : Stamtal, [træer/ha]

H_g : Grundflademiddelhøjde, [meter]

D_g : Grundflademiddeldiameter, [cm]

G : Grundflade, [m²/ha]

T : Alder [år]

RTA : Relativ træafstand $RTA = \frac{100}{H_g \sqrt{N}}$

SAK : Summen af afvigelses kvadrater

Q : Udhugningskvotient

C : Udhugningsmellemrum, [år]

V : Vedmasse, [m³/ha]

1 : Indeks refererende til tilstanden *før* hugst, fx er V_1 vedmassen før hugst

2 : Indeks refererende til selve *udhugningen*, fx er V_2 udhugningsmassen

3 : Indeks refererende til tilstanden *efter* hugst, fx er V_3 vedmassen efter hugst

t : Indeks refererende til et givet tidspunkt, hvor fx $H_g(t) = H_{gt}$ angiver grundflademiddelhøjden ved alderen t , [år]

7.3 Bilag 3. Brug af modellen ved opstilling af produktionsoversigt

7.3.1 Grundligningerne

Modellen er udtrykt ved følgende grundligninger for højde- og grundfladetilvæksten.

Højdetilvækst:

$$\frac{\Delta H_g}{\Delta t} = a_1 H_g^{a_2} \exp(-a_3 H_g)$$

Grundfladetilvækst:

$$\frac{\Delta G}{\Delta t} = b_1 (a_1)^{b_2} G^{b_2} \exp(-b_3 G - b_4 H_g)$$

Hvor H_g er grundflademiddelhøjden og G er bevoksningens grundflade (se i øvrigt symbolforklaringen i Bilag 2).

Konstanterne er:

a_1 bestemmes for hver bevoksning (værdier mellem 0,083 og 0,211 i grundmaterialet).

a_2 er fastsat til 1

$a_3 = 0,092435$

$b_1 = 1,121629$

b_2 er fastsat til 1

$b_3 = 0,017021$

$b_4 = 0,056301$

$b_5 = 0,728454$

Ud over disse ligninger er der brug for en række hjælpefunktioner og brugerfastlagte størrelser til konstruktion af en produktionsoversigt. Disse er beskrevet i næste afsnit.

7.3.2 Størrelser fastsat af brugeren

Der fastsættes startværdier for T , H_g , G , og N . Disse værdier kan være værdier observeret ved den seneste måling/tynding eller hypotetiske startværdier, fx:

$T = 15 \text{ år}$

$H_{g1} = 5 \text{ m}$

$G_1 = 10 \text{ m}^2/\text{ha}$

$N_1 = 4000 \text{ stk.}$

Udhugningskvotienten og dermed hugstmåden fastsættes af brugeren som: $Q = D_{g2} / D_{g1}$. I artiklens eksempler er Q sat til 0,9.

Med hensyn til udhugningsintervallet (C) er det i eksemplerne valgt at benytte en funktion af alderen: $C = T/10$, hvor C afrundes til et heltal. Dvs. ved fx alderen 67 år bliver $C = 7$ år. Desuden forudsættes det at der ikke kan hugges i to på hinanden følgende år, dvs. $C > 1$. Foruden hugstintervallerne er der defineret en minimumsgrundflade, som bevoksningen skal have, før tyndingen kan påbegyndes. Man kan desuden fastsætte et tidspunkt for sidste tynding. Det er i artiklens eksempler fastsat til alderen 92 år.

Det antages, at der ikke forekommer selvtynding. Alternativt kan man konstruere en simpel sammenhæng mellem startplantetallet og det endnu levende antal træer umiddelbart før første tynding. En sådan sammenhæng er konstrueret for rødgran af Heding (1969) og kunne måske benyttes. Den er dog ikke benyttet her.

For at kunne bruge vækstmodellen i praksis skal den bevoksningsspecifikke parameter a_1 bestemmes. Dette kan gøres på baggrund af kendte udviklingsforløb, eller evt. ud fra sammenhængen mellem a_1 og højden ved en alder på 36 år, H_{g36} : $a_1 = \alpha H_{g36} + \beta$, hvor $\alpha = 0,006098$ og $\beta = 0,03219$. Det kan dog ikke anbefales at anvende denne tilnærmede sammenhæng, da den er relativt usikker og kun inddrager højden som forklarende variabel.

I stedet anbefales det at bestemme den

bevoksningsspecifikke parameter a_j i en statistisk programpakke eller i et regneark, hvor man minimerer summen af afvigelses kvadrater og vægter de to ligninger i forhold til hinanden. Som en tommelfingerregel skal G -afvigelserne vægtes med 0,14, hvis H_g -afvigelserne vægtes med 1. Dette kan dog kun lade sig gøre, hvis der findes mindst to på hinanden følgende målinger af grundflade og højde. Et regneark, hvor værdierne for bevoksningen kan indtastes og beregningen udføres, kan fås ved henvendelse til Peter Christensen (pshc@hotmail.com). G_3 , grundfladen efter hugst skal også fastsættes, hvilket enten kan gøres for hver enkelt tynding eller ved hjælp af en hjælpefunktion, fx af Gompertz-typen eller af den mere fleksible Chapman-Richards-type (CRB).

Der gives her to eksempler:
Gompertz-modellen er udtrykt ved:

$$G_3 = \lambda \alpha \exp(-\beta \exp[-\gamma H_{g1}])$$

hvor λ er en justerbar koefficient og α , β og γ er modelparametre.
Hvis funktionen kalibreres ved hjælp af data fra en utyndet bevoksning, vil koefficienten λ udtrykke, hvilken relativ grundflade man ønsker i sine bevoksninger, fx udtrykkes 60 % af en utyndet bevoksnings grundflade som $\lambda=0,6$.
Alternativt kan hjælpefunktionen fastlægges med udgangspunkt i forsøgs materialet, men da den fremkomne model derved kommer til at udtrykke gennemsnitlige værdier for forsøgs materiale fra hele Danmark, kan man justere funktionen med fx 0,9, svarende til lidt under gennemsnittet af grundmaterialet eller fx 1,2, svarende til et lidt højere grundfladeniveau. For forsøgs materialet er funktionens konstanter:

$$\alpha = 29,2026$$

$$\beta = 1,7433$$

$$\gamma = 0,1689$$

Disse konstanter kan også ændres af brugeren, så grundfladeudviklingen tilpasses de lokale forhold bedst muligt. Fx vil ændring af α til 35 betyde, at værdien af G_3 nærmer sig 35 for H_{g1} gående mod uendelig. Man kan derfor justere den grundflade efter hugst, man gerne vil have vha. α , hvilket principielt svarer til en ændring af λ , men her er det direkte udtrykt i en målelig størrelse – grundflade efter hugst.

Ved at ændre γ kan man opnå et andet udseende af modellen. Hvis γ bliver mindre, vil tilnærmelsen til den maksimale grundflade, her udtrykt ved α , blive langsommere.

Et alternativ til ovenstående Gompertz-model er CRB-modellen:

$$G_3 = Y(1 - \exp[-k(t - t_0)])^{\frac{1}{1-\beta}}$$

$$k = \gamma(1 - \beta) \text{ og } Y = (\alpha/\gamma)^{\frac{1}{1-\beta}} \quad \text{hvor}$$

Y svarer til den maksimale grundflade og hvis datamaterialet består af utyndede bevoksninger kan denne betragtes som en naturkonstant. De øvrige parametre kan tilpasses af brugeren, sådan at det ønskede udseende af grundfladeudviklingen opnås. Et eksempel på værdier for konstanterne er:

$$\gamma = 0,5$$

$$\alpha = 1,05$$

$$\beta = 0,8$$

Disse værdier indebærer at $k = 0,1$ og $Y = 40,8$. Dette svarer til at der bliver hugget så meget, at G_3 får en værdi på 40,8 m²/ha, hvis alderen går mod uendelig. I praksis kommer grundfladen til at svinge mellem 40,8 og 45-55 m²/ha, afhængigt af hvor lang tid der går mellem tyndingerne.

Et alternativ til den lidt komplicerede udformning af k og Y er at specificere disse parametre direkte og erstatte $1/(1-\beta)$ af en simpel parameter.

Den sidste hjælpefunktion der skal omtales kan benyttes til bestemmelse af den ændring af bevoksningshøjden, der forårsages af hugsten. Funktionen er udtrykt som en sammenhæng mellem de relative ændringer i D_g og H_g . Sammenhængen er givet ved: $H_{g3}/H_{g1} = (D_{g3}/D_{g1})^\alpha$, hvor α er bestemt til 0,3445 på grundlag af data-materialet.

Det er op til brugeren af definere hugsten og evt. anvende de beskrevne hjælpefunktioner. Hvis hjælpefunktionerne benyttes bør konstanterne i G_3 -funktionen

$$H_{g1}(t) = H_{g3}(t-1) + a_1 H_{g3}(t-1)^{b_1} \exp(-a_2 H_{g3}(t-1))$$

$$G_1(t) = G_3(t-1) + b_1 (a_1)^{b_1} G_3(t-1)^{b_1} \exp(-b_2 G_3(t-1) - b_4 H_{g3}(t-1))$$

Tidspunktet t er det aktuelle år mens $t-1$ er det foregående år.

7.3.4 Beregnede afledte værdier

Ud fra de fastlagte størrelser og den beregnede højde (H_{g1}) og grundflade (G_1) kan resten af vedmassefaktorerne beregnes.

Efter første gennemregning kan stamtallet før hugst – såfremt det antages at der ikke forekommer selvtynding – fastlægges som: $N_1(t) = N_3(t-1)$, altså stamtallet før hugst til tiden t er det samme som stamtallet efter hugst til tiden $t-1$.

Diameteren før tynding kan beregnes som:

$$D_{g1} = \sqrt{\frac{4 G_1}{\pi N_1}}$$

Diameteren i tyndingen kan beregnes som:

$$D_{g2} = Q D_{g1}$$

justeres, så de afspejler det ønskede på distriktet, men hugsten kan naturligvis også fastsættes på anden vis, fx ved brug af relativ træafstand (RTA).

De ovennævnte værdier og hjælpefunktioner skal ses som mulige forslag og ikke som love. Det pointeres, at det er op til brugeren selv at fastsætte værdier, der er i overensstemmelse med egne skovdykningsmæssige og økonomiske mål og ønsker.

7.3.3 Beregnede værdier vha. vækstmodellen

Højde og grundflade før hugst kan beregnes ved gentagen brug af modellens ligninger:

Efter at G_3 er fastsat ud fra hjælpefunktionen, kan G_2 bestemmes som: $G_2 = G_1 - G_3$ og nu kan N_2 bestemmes som:

$$N_2 = \frac{4 G_2}{\pi D_{g2}^2}$$

N_3 bestemmes som:

$$N_3 = N_1 - N_2$$

D_{g3} kan bestemmes som:

$$D_{g3} = \sqrt{\frac{4 G_3}{\pi N_3}}$$

, og der er nu basis for at bestemme H_{g3} ved hjælp af den ovennævnte hjælpefunktion:

$$H_{g3} = H_{g1} \left(\frac{D_{g3}}{D_{g1}} \right)^{0,3445}$$

Dermed er alle grundfaktorerne på plads til konstruktion af en produktionsoversigt.

7.4 Bilag 4. Kalibreringsmetode

I det følgende er det kort beskrevet hvilke metoder, der er anvendt ved kalibrering af modellen og hvilke faktorer der specielt er taget højde for. I Boks 1 findes en kortfattet beskrivelse af den matematiske fremgangsmåde, men for en mere uddybende gennemgang af metoden henvises til afhandlingen.

Vækstmodellens grundligninger beskriver hvilken højde- og grundfladetilvækst, der sker i et givet tidsinterval uden tyndinger. Ud fra grundmaterialet kan man beregne et sæt af tilvækstobservationer, og ud fra disse observationer konstrueres en funktion, der tilnærmelsesvis beskriver væksten.

For at tilnærme modellen til datagrundlaget minimeres summen af de kvadrerede afvigelser mellem modelforudsigelserne og tilvækstobservationerne. Kvadreringen af afvigelserne indebærer at store afvigelser kommer til at betyde relativt meget. Denne form for modelkalibrering kaldes ”mindste kvadraters metode”.³⁾

Mindste kvadraters metode kan være tilstrækkeligt når der kun er en enkelt ligning der skal kalibreres, men douglas-mo-

dellen indeholder to ligninger, og afvigelse i højde- og grundfladeligningerne er ikke sammenlignelige – fx kan højde-afvigelserne være $\pm 0,5$ m mens grundfladeafvigelserne måske er ± 5 m²/ha. Derfor er det nødvendigt at vægte de to typer af afvigelser, sådan at de bidrager forholdsvis lige meget.

Foruden denne vægtning er de to ligninger, som tidligere beskrevet, afhængige af hinanden, og dette må der også tages højde for ved kalibreringen (se Boks 1).

Bestemmelsen af højdetilvæksten tager udgangspunkt i den forudgående måling efter hugst, og der fremskrives til umiddelbart før tynding. Man undgår derved systematiske fejl, idet ændringer forårsaget af hugsten ikke får lov til at påvirke kalibreringen. Det samme princip anvendes for grundfladens vedkommende.

3) Et almindeligt anvendt statistisk princip hvorved Summen af Afvigelsers Kvadrater: $SAK = \sum (X_{\text{Obs}} - X_{\text{prædikeret}})^2$ søges minimeret; X_{Obs} er den observerede værdi af x , mens $X_{\text{prædikeret}}$ er den værdi af x der er bestemt ved hjælp af den aktuelle version af modellen. Efterhånden som modellen forbedres bliver SAK mindre og mindre.

Boks 1. Matematisk-statistisk kalibreringsmetode.

Der tages udgangspunkt i følgende grundligninger:

$$\text{Ligning (1): } \frac{\Delta H_g}{\Delta t} = a_1 H_g^{a_2} \exp(-a_3 H_g)$$

$$\text{Ligning (2): } \frac{\Delta G}{\Delta t} = b_1 (a_1)^{b_2} G^{b_2} \exp(-b_3 G - b_4 H_g)$$

Kalibreringen tager udgangspunkt i minimering af SAK – Summen af Afvigelseernes Kvadrater, der for en ligning med én variabel, \hat{x} , defineres som

$$SAK = \sum (x - \hat{x})^2$$

hvor x er den observerede værdi og \hat{x} er den prædikterede værdi.

Ligningerne udtrykker forskellige egenskaber ved bevoksningen og benytter forskellige enheder. Deres bidrag til den samlede variation er derfor forskellige. Følgelig vægtes de hver især omvendt

proportionalt med størrelsen af deres gennemsnitlige kvadratiske afvigelser, udtrykt ved variansen $\text{Var}()$. Relativt bidrager de to ligninger herved ligeligt, og bestemmelsen af modelparametrene tager således udgangspunkt i minimering af den vægtede sum:

$$SAK_{\text{vægtet}} = \frac{\sum (H_g - \hat{H}_g)^2}{\text{Var}(H_g)} + \frac{\sum (G - \hat{G})^2}{\text{Var}(G)}$$

Parameteren a_1 indgår både i ligning (1) og (2) og bestemmelsen af parametrene må derfor udføres samtidigt for de to ligninger. Der skal desuden tages hensyn til højde- og grundfladeafvigelseernes indbyrdes samvariation (korrelation). Kalibreringen foretages i programpakken SAS. Der gøres brug af proceduren Proc Model og estimationsmetoden ITSUR som står for “iterated seemingly unrelated regression estimation” (SAS Institute Inc. 1999).

Indhold

Peter Sand Haugaard Christensen, Vivian Kvist Johannsen og Henrik Meilby:
En dynamisk vækstmodel for douglasgran (*Pseudotsuga menziesii* (Mirb.)
Franco) i Danmark 57

Forsidefoto: Douglasgran på Salten Langsø Skovdistrikt

Dansk Skovbrugs Tidsskrift

ISSN 0905-295X. Udgives af Dansk Skovforening, Amalievej 20, 1875 Frederiksberg C. Telefon 33 24 42 66, telefax 33 24 02 42. Postgiro 9 00 19 64. e-post info@skovforeningen.dk. Hjemmeside www.skovforeningen.dk

Redaktion: Søren Fodgaard (ansvarshavende)

Redaktionsudvalg: Skovrider Leif Madsen (formand), forstfuldmægtig Pernille Karlog, lektor Jens Dragsted, skovfoged Martin Petersen, skovbrugslærer Tyge Kjær, direktør Niels Elers Koch.

Tryk: Litotryk, Svendborg.